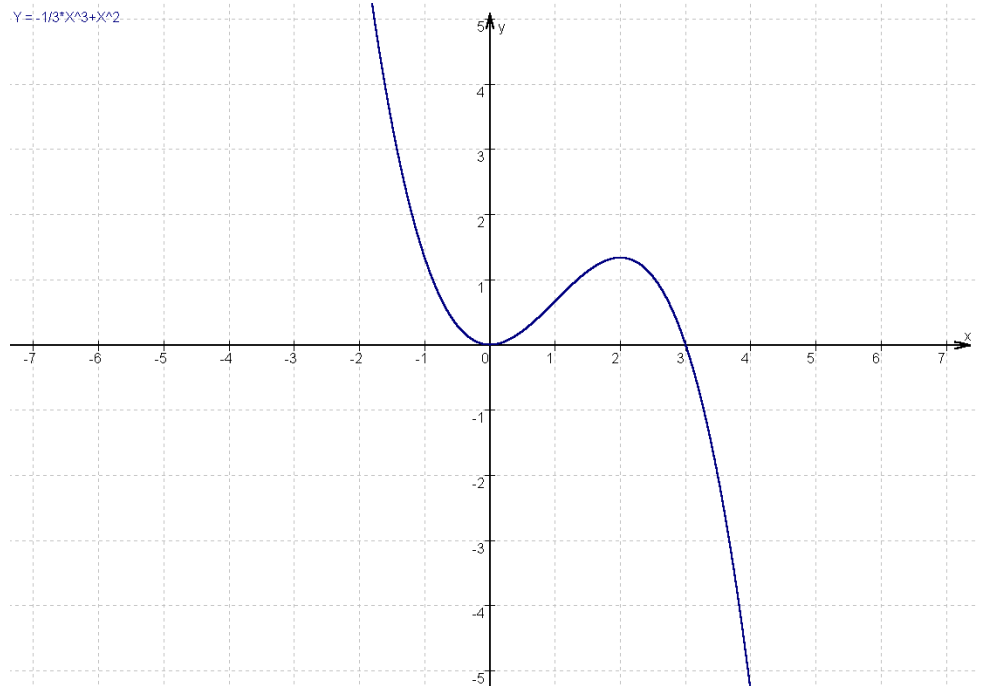


Beispielaufgabe - Rotationskörper

Die Fläche zwischen dem Graphen der Funktion f und der x -Achse werde um die x -Achse gedreht. Zeichne die zu drehende Fläche und berechne das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$$



Lösung:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + x^2$$

$$0 = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 = x^2\left(-\frac{1}{3}x + 1\right)$$

$$x_{01} = 0 \text{ und } x_{02} = 3$$

$$V = \pi \cdot \int_0^3 \left(-\frac{1}{3}x^3 + x^2\right)^2 dx = \pi \cdot \int_0^3 \left(\frac{1}{9}x^6 - \frac{2}{3}x^5 + x^4\right) dx$$

$$F(x) = \frac{1}{63}x^7 - \frac{1}{9}x^6 + \frac{1}{5}x^5$$

$$V = \pi \cdot \int_0^3 \left(\frac{1}{9}x^6 - \frac{2}{3}x^5 + x^4\right) dx = \pi \cdot \left[\frac{1}{63}x^7 - \frac{1}{9}x^6 + \frac{1}{5}x^5 \right]_0^3$$

$$= \pi \cdot \left(\frac{1}{63} \cdot 3^7 - \frac{1}{9} \cdot 3^6 + \frac{1}{5} \cdot 3^5 \right) = \left(34 \frac{5}{7} - 81 + 48,6 \right) \cdot \pi = \underline{\underline{7,27 \text{ VE}}}$$